Пермский край

2022-2023 учебный год

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО ФИЗИКЕ

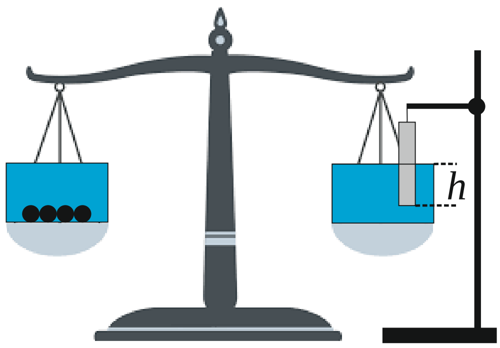
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

9 КЛАСС

Возможные решения и критерии оценивания

Задача 1. Плотность тела (10 баллов)

Ученице 9 класса было предложено экспериментально определить плотность металлических шариков радиусом $r = 4$ мм при помощи рычажных весов. На чашах весов девочка уравновесила два стакана с водой ($\rho = 10^3$кг/м^3), в один из которых она погружала цилиндрическое тело диаметром $D = 19$ мм на глубину h, а во второй шарики. В зависимости от глубины погружения тела в первый стакан равновесие наступало при различном количестве шариков во втором стакане. Результаты экспериментов были занесены в таблицу. Нарисуйте график зависимости глубины погружения тела от количества шариков n. Проанализируйте график, обоснуйте теоретически полученную зависимость. По полученным данным определите плотность стали, из которой изготовлены шарики.



n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
h, мм	7	15	23	31	38	45	53	61	68

Возможное решение:

При погружении тела в воду на него действует сила Архимеда, такая же по модулю, но противоположная по направлению сила действует на воду. Поэтому изменение веса стакана при погружении тела равно

$$\Delta P = F_A = \rho g \frac{\pi D^2}{4} h \qquad (1)$$

Изменение веса грузов, связанное с добавлением шариков равно

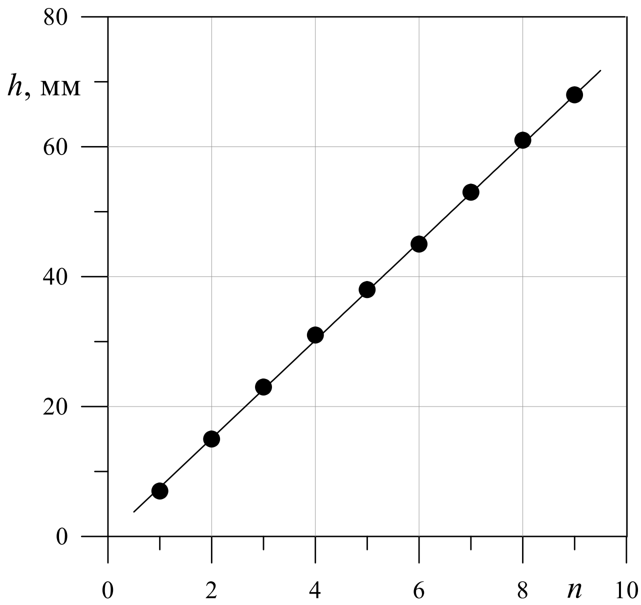
$$\Delta P = \rho_1 g \frac{4\pi r^3}{3} n \qquad (2)$$

Если приравнять эту величину к изменению веса стаканчика, то получим теоретический вид полученной экспериментальной зависимости

$$h = \frac{16}{3} \frac{\rho_1}{\rho} \frac{r^3}{D^2} n \qquad (3)$$

Отсюда видно, что плотность материала шариков должен выражаться через коэффициент наклона графика. Нарисуем график по данным таблицы. Видно, что вид экспериментальной зависимости (линейный) хорошо согласуется с теоретическим предсказанием, при этом

$$\rho_1 = \rho \frac{3}{16} \left(\frac{\Delta h}{\Delta n} \right) \frac{D^2}{r^3} \qquad (4)$$



Коэффициент наклона графика равен $\frac{\Delta h}{\Delta n} = 7.6$ мм. Следовательно, плотность материала шариков равна $\rho_1 = 8 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Критерии оценивания:

3 балла – построен график зависимость $h(n)$:

- нанесены все 9 экспериментальных точек (1 балл);
- выбран разумный масштаб относительно координатных осей (не менее 80% от площади графика), подписаны и оцифрованы оси координат (1 балл);
- по точкам проведена линия тренда – линейная зависимость (1 балл)

1 балл – записано соотношение (1)

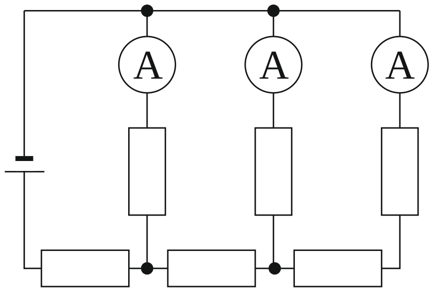
2 балла – теоретически обоснована экспериментальная зависимость (3)

2 балл – получена расчетная формула (4)

1 балл – правильно определен коэффициент пропорциональности $\Delta h / \Delta n$; допустимая погрешность 0.2 мм
1 балл – получен верный ответ

Задача 2. Электрическая схема (10 баллов)

На рисунке показана электрическая схема, которая состоит из шести одинаковых резисторов и трех одинаковых амперметров, подключенных к постоянному источнику тока. Правый амперметр показывает $I_1 = 2.5$ A, а левый – $I_3 = 10.1$ A. Определите показания амперметра, расположенного по середине.



Возможное решение:
Пусть амперметры идеальные, тогда на среднем амперметре сила тока в два раза больше, чем на правом (эти участки подключены параллельно и сопротивление правого участка в два раза больше среднего). Значит, через средний амперметр идет ток $I_2 = 5$ A. Тогда проверим, какой ток идет через левый амперметр, если оставаться в рамках принятой модели с идеальными амперметрами. Напряжение на участке, в который включен левый амперметр, равно $U_3 = I_3 R$, но таким же должно быть и напряжение на участке цепи, включенном параллельно данному: $U_4 = (I_1 + I_2)R + I_2 R$. Подставляя числовые значения для сил тока, получаем, что $U_3 = 10.1R$, а $U_4 = 12.5R$. Видим, что $U_3 \neq U_4$, следовательно, ответ **неправильный**.
Следовательно, амперметры имеют сопротивление отличное от нуля. Тогда обозначив сопротивления амперметров r, запишем:

$$I_2(r+R) = I_1(r+2R) \qquad (1)$$

$$I_3(r+R) = (I_1+I_2)R + I_2(r+R) \qquad (2)$$

В эти два уравнения входят три неизвестные величины, но для ответа необходимо знать только одну их них, поэтому введем замену $x = R/r$. Получаем два уравнения с двумя неизвестными:

$$I_2(1+x) = I_1(1+2x) \qquad (3)$$

$$I_3(1+x) = (I_1 + I_2)x + I_2(1+x) \qquad (4)$$

Из первого уравнения получаем, что $x = \frac{I_2 - I_1}{2I_1 - I_2}$.

Подставив это выражение во второе уравнение, получаем квадратное уравнение:

$$I_2^2 + I_1 I_2 - I_1(I_1 + I_3) = 0 \qquad (5)$$

Решив это уравнение, получаем:

$$I_2 = \frac{-I_1 + \sqrt{I_1^2 + 4I_1(I_1 + I_3)}}{2} \qquad (6)$$

Подставив числовые данные, получаем:
$I_2 = 4.4$ А.

Критерии оценивания:
3 балла – вывод о том, что амперметры неидеальные
2 балла – записаны выражения (1) и (2)
4 балла – получено уравнение (5)
1 балла – получен правильный ответ

Задача 3. Движение с ускорением (10 баллов)

Велогонщик, участвующий в соревнованиях, движется по гоночной трассе длиной l. Первый круг трассы он проходит со скоростью u, а первую половину второго круга уже со скоростью v_1. Оставшуюся часть второго круга спортсмен движется со средней скоростью между первыми двумя участками трассы. Найдите среднюю скорость велогонщика за два полных круга.

Возможное решение:
Из условия задачи следует, что средняя скорость на всем пути равна скорости на последнем участке, v_2. Пусть τ – время движения автомобиля на второй половине пути, тогда полное время движения равно:

$$t = \tau + \frac{l}{2u}. \qquad (1)$$

Тогда

$$l = t = v_2\left(\tau + \frac{l}{2u}\right). \qquad (2)$$

Для второй половины пути запишем

$$\frac{l}{2} = \frac{\tau}{2}v_1 + \frac{\tau}{2}v_2. \qquad (3)$$

Тогда

$$\tau = \frac{l}{v_1 + v_2}. \qquad (4)$$

Подставляя (4) в формулу для всего пути (2) получим квадратное уравнение для определения средней скорости:

$$v_2^2 + v_1 v_2 - 2uv_1 = 0 \qquad (5)$$

Решением задачи является положительный корень этого уравнения

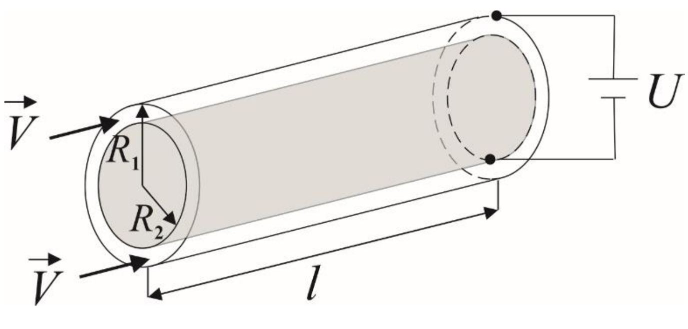
$$v_2 = \frac{\sqrt{v_1^2 + 8uv_1} - v_1}{2} \qquad (6)$$

Критерии оценивания:

2 балла – указание на равенство средней скорости на всем пути со скорость на последнем участке
2 балла – найдена формула для пройденного пути через среднюю скорость (2)
2 балла – выражение для второй половины пути (3–4)
2 балла – получено квадратное уравнение (5)
2 балла – получен ответ (6)

Задача 4. Водонагреватель (10 баллов)

Через коаксиальный водонагреватель (зазор между двумя металлическими цилиндрами) медленно течет вода и нагревается. Радиус внешнего цилиндра R_1, а внутреннего R_2 при этом зазор между цилиндрами много меньше радиусов (см. рис.). Длины цилиндров равны l. Нагрев воды происходит с помощью металлических цилиндров, к которым приложено постоянное напряжение U. Определите, с какой скоростью V должна течь вода через зазор, чтобы успевать нагреваться на температуру Δt°? Плотность $\rho_в$, удельную теплоемкость $c_в$, а также удельное электрическое сопротивление воды ρ считать известными. Тепловыми потерями пренебречь.



Возможное решение:

Поскольку подключение постоянного напряжения нагревателя осуществляется к внешнему и внутреннему цилиндрам электрический ток идет перпендикулярно тонкому слою воды. Значит, тонкий слой воды можно считать «проводником» длиной L и площадью S равными

$$L = R_1 - R_2 \text{ и } S = 2\pi R_1 l. \qquad (1)$$

В данном случае, ввиду малой толщины слоя, площадь слоя воды определяется радиусом внешнего цилиндра R_1. Тонкий слой воды обладает электрическим сопротивлением, которое можно рассчитать по формуле

$$R = \rho \frac{L}{S} = \rho \frac{R_1 - R_2}{2\pi R_1 l}. \qquad (2)$$

При протекании воды через коаксиальный слой в течение времени $t = \frac{l}{V}$, полученное ею тепло по закону Джоуля-Ленца с учетом выражения (2) равна

$$Q = \frac{U^2}{R} t = \frac{U^2 2\pi R_1 l}{\rho\left(R_1 - R_2\right)} \cdot \frac{l}{V}. \qquad (3)$$

Данное количество теплоты идёт на нагревание слоя воды, достаточное для изменения температуры воды на Δt° градусов, определяемое формулой $Q = c_в m_в \Delta t^\circ$, где масса воды равна

$$m_в = \rho_в \pi\left(R_1^2 - R_2^2\right) l, \qquad (4)$$

где $\pi\left(R_1^2 - R_2^2\right) l$ – объем слоя воды в зазоре.

Таким образом, количество теплоты, необходимое для нагревания слоя воды на Δt° градусов, равно

$$Q = c_в \rho_в \pi\left(R_1^2 - R_2^2\right) l \Delta t^\circ. \qquad (5)$$

Приравнивая выражения (3) и (5), получаем формулу для вычисления скорости протекания воды, при которой вода успевает нагреться на Δt° градусов

$$V = \frac{2U^2 R_1 l}{\rho c_в \rho_в \left(R_1 - R_2\right)\left(R_1^2 - R_2^2\right)\Delta t^\circ}. \qquad (6)$$

Критерии оценивания:

2 балла – сделано верное предположение о слое воды, как проводнике, длиной L и площадью S (1)

1 балл – верно определено сопротивление слоя воды (2)

1 балл – введено время протекания воды t

2 балла – верно определено полученное водой количество теплоты по закону Джоуля-Ленца от нагревателя при постоянном напряжении U (3)

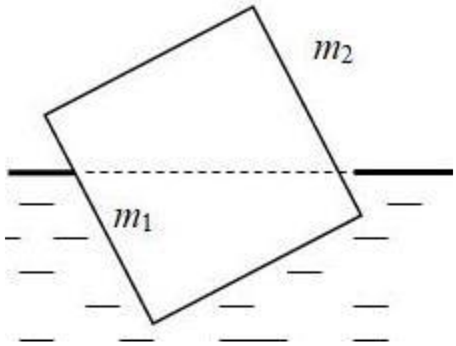
1 балл – получено выражение для нахождения массы слоя воды (4)

1 балл – получено выражение для нахождения количества теплоты, необходимого для нагревания слоя воды на Δt° градусов (5)

2 балла – правильно получено выражение для скорости V (6)

Задача 5. Неоднородный куб (10 баллов)

В воде наклонно плавает неоднородный куб, у которого две противоположные грани имеют разные массы m_1 и m_2. При этом куб наполовину погружен в воду и $m_1 > m_2$. (Рис. 1). На какую глубину погрузится куб, если к более тяжелому ребру приложить вертикальную силу F, выравнивающую его положение? Длина ребра куба равна a, плотность воды $\rho_в$.



Возможное решение:

Условие плавание куба в наклонном положении определяется равенством сил тяжести, действующих на ребра куба и силы Архимеда, действующей на погруженную часть куба

$$m_1 g + m_2 g = \frac{\rho_в g V_1}{2}, \qquad (1)$$

где $V_1 = a^3$ – общий объем куба.

Силы, действующие на куб, когда на него действует сила F, приложенная к более тяжелому ребру и направленная вверх, приведены на рисунке 2.

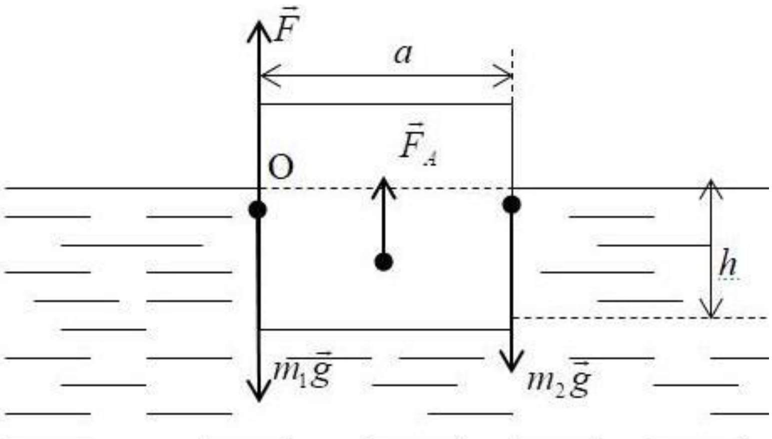


Рис. 2

Условием равновесия куба является равенство нулю суммы всех моментов сил, действующих на него во втором положении

$$\sum M_i = 0. \qquad (2)$$

Рассмотрим условие равенства моментов сил, действующих на куб в выровненном положении, относительно точки О. Плечо силы тяжести ребра с массой m_1 равно 0, плечо для ребра с массой m_2 равно a. Объем погруженной части куба теперь равен $V_2 = a^2 h$, где h – глубина погружения куба. Таким образом, запишем момент сил для случая, когда на куб действует сила F

$$m_2 g a = \rho_в g V_2 \frac{a}{2} = \rho_в g a^2 h \frac{a}{2}. \qquad (3)$$

Из выражений (1) и (3) определим глубину погружения куба после выравнивания

$$h = \frac{m_2 g a}{m_1 g + m_2 g} = \frac{m_2 a}{m_1 + m_2}. \qquad (4)$$

Критерии оценивания:

2 балла – записано условие плавания наклонного куба (1)

3 балла – сделан рисунок с изображением приложенных к кубу сил после его выравнивания

1 балл – определена погруженная часть куба после его выравнивания

2 балла – рассмотрена сумма моментов сил и верно записан момент сил (3)

2 балла – правильно получено выражение для h (4)