

Пермский край
2024-2025 учебный год
**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА
ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ
6 КЛАССА**

Время выполнения заданий – 150 минут (2 часа 30 минут).

Максимальная оценка за выполнение всех олимпиадных заданий – 35 баллов (по 7 баллов за каждую задачу).

1. Водитель автобуса рассчитал, что если он будет ехать со скоростью 60 км в час, то прибудет в пункт назначения на час позже срока, а если со скоростью 84 км в час, то на час раньше срока. С какой скоростью ему надо ехать, чтобы прибыть точно по расписанию?

Ответ. 70 км в час.

Решение. Пусть по расписанию ему на весь путь надо потратить x часов. Тогда расстояние равно $60(x+1) = 84(x-1)$ км. Решив уравнение, получим, что $x=6$, расстояние равно 420 км и, чтобы прибыть вовремя, ему нужно ехать со скоростью 70 км/ч.

Критерии оценки:

приведен верный ответ с полным обоснованием - 7 баллов,

приведен верный ответ и верное, в целом, обоснование, в котором есть пробелы или неточности - 5 баллов,

получен неверный ответ из-за арифметической ошибки при верном ходе решения- 4 балла,

приведен верный ответ с проверкой условия задачи - 3 балла,

приведен верный ответ без обоснований - 1 балл,

приведен неверный ответ - 0 баллов.

2. Перед Буратино на тарелке лежат 3 корочки хлеба. В одной из корочек спрятан золотой ключик. Лиса Алиса, хозяин харчевни и пес Артемон оставили для Буратино по записке. В каждой записке – два утверждения. Буратино знает, что пес Артемон никогда не лжет, лиса Алиса лжет всегда, а хозяин харчевни лжет и говорит правду по очереди.

Записка 1: а) В первой корочке нет ключика. б) Он во второй корочке.

Записка 2: а) Ключика нет в первой корочке. б) Ключик в третьей.

Записка 3. а) Ключик не в третьей корочке. б) Он в первой корочке.

Какую корочку нужно взять Буратино?

Ответ. Нужно взять третью корочку.

Решение. Если бы ключик был в первой корочке, то тогда в записках 1 и 2 оба утверждения ложны, что противоречит условию задачи.

Если бы ключик был во второй корочке, то тогда в записках 2 и 3 одно утверждение истинно, а второе ложно, что противоречит условию задачи.

Если же ключик в третьей корочке, то тогда в записке 1 одно утверждение истинно, одно ложно, в записке 2 оба утверждения истинны, в записке 3 оба утверждения ложны, что удовлетворяет условию задачи.

Критерии оценки:

приведен верный ответ с полным обоснованием - 7 баллов,

приведен верный ответ и верное, в целом, обоснование, в котором есть пробелы или неточности - 5 баллов,

приведен верный ответ с проверкой условия задачи, но не проверены другие случаи - 3 балла,

приведен верный ответ без обоснований - 1 балл,

приведен неверный ответ - 0 баллов.

3. Нюша сделала клумбу в форме квадрата 4 метра х 4 метра и разделила ее на 16 клеток. Она хочет посадить на ней кусты роз и хризантем (по одному кустику в клетку) так, чтобы у каждой розы в соседних (по стороне) клетках росли три хризантемы, а у каждой хризантемы – ровно одна роза. Нарисуйте план рассадки цветов для клумбы Нюши.

Решение.

X	P	X	X
X	X	X	P
P	X	X	X
X	X	P	X

Критерии оценки:

приведен любой верный пример рассадки цветов - 7 баллов,

приведен неверный пример - 0 баллов.

4. Среди 24 конфет в новогоднем подарке шестиклассника Ромы были конфеты красного, синего, зеленого и желтого цветов. Конфет каждого цвета разное количество. Больше всего желтых, а меньше всего красных. При этом синих на 2 меньше, чем зеленых, а синих и зеленых вместе на 5 больше чем желтых. Сколько конфет каждого из цветов было в новогоднем подарке Ромы?

Ответ. красных – 1, синих – 6, зеленых – 8, желтых – 9.

Решение 1. Так как синих конфет на 2 меньше, чем зеленых, то синих и зеленых вместе - четное количество. Но желтых на 5 меньше, то есть желтых конфет - нечетное число.

Если желтых 7 или меньше, то зеленых 6 или меньше, тогда синих 4 или меньше, красных 3 или меньше, то есть всех конфет не более 20. Противоречие.

Если желтых 9, то зеленых и синих вместе 14, а тогда синих 6, зеленых 8, а значит красных - 1. Этот случай нам подходит.

Если желтых 11 или более, то зеленых и синих вместе не менее 16, а тогда всех конфет не менее 28. Противоречие.

Решение 2. Пусть зеленых конфет было x штук, тогда синих было $(x-2)$, а желтых $x+(x-2) - 5=2x-7$. По условию, желтых конфет больше, чем зеленых, т.е. их больше 7. С другой стороны, количество синих, зеленых и желтых конфет вместе равно $x+(x-2)+(2x-7)=4x-9$ и это меньше 24, т.е. x меньше 9.

Значит, $x=8$. Получили, что зеленых конфет – 8, синих – 6, желтых – 9, а тогда красных - 1.

Критерии оценки:

приведен верный ответ с полным обоснованием - 7 баллов,

задача решена полным перебором с указанием критерия перебора - 7 баллов,

приведен верный ответ и верное, в целом, обоснование, в котором есть пробелы или неточности - 5 баллов,

приведен верный ответ с проверкой условия задачи, но не доказана его единственность - 3 балла,

задача решена неполным перебором - не более 3 баллов,

приведен верный ответ без обоснований - 1 балл,

приведен неверный ответ - 0 баллов.

5. 31-го декабря в 14:00 мама завела старые часы и установила на них правильное время. Когда на этих часах было ровно 6 часов вечера, папа сказал, что они отстают ровно на 10 минут. Петя решил перевести часы

вперед так, чтобы в момент наступления Нового Года они показывали правильное время. Помогите Пете понять, на сколько минут ему нужно перевести часы. (Часы идут с постоянной скоростью и за одинаковые промежутки времени отстают на одну и ту же величину)

Ответ: на 24 минуты.

Решение: В промежуток от 14:00 до 18:10 (за 250 минут) часы отстали на 10 минут, т.е. на 1 минуту они отстают за 25 минут. С 14:00 до 24:00, т.е. за 600 минут часы отстанут на $600:25=24$ минуты. Значит, Пете надо перевести часы на 24 минуты.

Критерии оценки:

приведен верный ответ с полным обоснованием - 7 баллов,

приведен верный ответ и верное, в целом, обоснование, в котором есть пробелы или неточности - 5 баллов,

приведен верный ответ без обоснований - 2 балла,

получен неверный ответ из-за арифметической ошибки при верном ходе решения -4 балла,

приведен верный ответ без обоснований - 2 балла.